

# ADJUSTABLE FILTER WITH FRACTIONAL-ORDER ELEMENT

**Pavel Kubát**

Bachelor Degree Programme (3.), FEEC BUT

E-mail: xkubat14@feec.vutbr.cz

Supervised by: Jan Dvořák

E-mail: dvorakjan@phd.feec.vutbr.cz

**Abstract:** This paper deals with fractal-order frequency filter, its design methods and practical use. The proposed filter consists of operational transconductance amplifiers (OTAs), adjustable current amplifier (ACA), dual-output current follower (DO-CF) and fractional-order capacitor (FOE). The approximation of fractional-order capacitor is used for the design fractal order frequency filter. The last part of this paper shows simulation results of the proposed circuit.

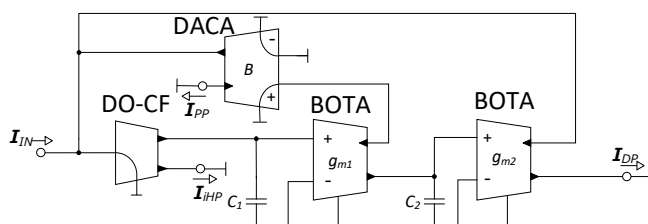
**Keywords:** fractional-order, frequency filter, approximation, fractional-order element

## 1 ÚVOD

Problematika neceločíslných kmitočtových filtrů představuje téma, kterému je věnována stále větší pozornost. V současné době je velkou motivací vyrobit takovou součástku, která by popisovala neceločíslný řád filtru a zároveň se co nejvíce přibližovala k teoretickým hodnotám. Návrhové metody dle technologie se dají rozdělit do tří základních skupin. První skupinou jsou metody aproximace pasivní součástky neceločíslného řádu, dále aproximace přenosové funkce fraktálního řádu pomocí obvodového řešení a třetí metodou je výroba skutečné součástky fraktálního řádu. Metoda aproximace pasivní součástky neceločíslného řádu je jednou z nejpoužívanějších metod, kde jako pasivní součástka, či součástky jsou nejčastěji voleny kondenzátory. Jedná se o aproximaci zvolené součástky s fraktálním charakterem, která se provádí například pomocí RC struktur, kde se lze s vhodným návržením této struktury přiblížit k požadovaným vlastnostem obvodu. Pro návrh RC struktur se v současné době používají například struktury typu Foster, Cauer, větvcí se řetězce apod. Při této realizaci je třeba zohlednit návrh tak, aby byla zajištěna platnost aproximace v daném kmitočtovém rozsahu [1]. Tyto filtry získaly využití především v medicíně, oblastech biomedicíny a biochemie, automatizaci a radioelektronice. Mezi konkrétní využití patří například lepší měření a diagnostika rakoviny, onemocnění plic, či přesnost magnetické rezonance, získávání proteinových hodnot produktu apod. [2].

## 2 NÁVRH FILTRAČNÍ STRUKTURY

Pro návrh kmitočtového filtru fraktálního řádu jsou použity aktivní prvky typu BOTA (Balanced-Output Transconductance Amplifier), DACA (Digitally Adjustable Current Amplifier) a DO-CF (Dual-Output Current Follower). Pro výstupy prvku BOTA platí  $i_{VYST+} = -i_{VYST-} = \pm g_m \cdot (u_{VST+} - u_{VST-})$ , pro prvek DACA:  $i_{VYST+} = -i_{VYST-} = B \cdot (i_{VST+} - i_{VST-})$ , a pro DO-CF  $i_{VYST+} = -i_{VYST-} = i_{VST}$  [3]. Navržený obvod poskytuje elektronickou přeladitelnost pólového kmitočtu a činitele jakosti. Přeladitelnost těchto parametrů je možná pomocí říditelných parametrů použitých aktivních prvků. Obvod je schopen realizovat filtrační funkce typu dolní ( $I_{DP}$ ), pásmová ( $I_{PP}$ ) a invertující horní propust ( $I_{HP}$ ). Na obrázku 1 je zobrazeno schéma zapojení kmitočtového filtru neceločíslného řádu, kde namísto kondenzátoru  $C_1$  je připojen pseudo-kapacitor  $C_{1\alpha}$ . Řád filtru se pohybuje v rozsahu od 1 do 2 dle rovnice  $(1 + \alpha)$ , kde alfa představuje reálné kladné číslo z rozsahu od 0 do 1.

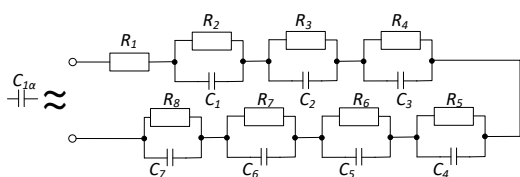


**Obrázek 1:** Schéma zapojení kmitočtového filtru s neceločíselným prvkem  $C_{1\alpha}$ .

Charakteristická rovnice pro tento obvod je:

$$CE_{1+\alpha} = p^{1+\alpha} + p \frac{g_{m1}B}{C_{1\alpha}} + \frac{g_{m1}g_{m2}}{C_{1\alpha}C_2}. \quad (1)$$

Jelikož v současné době neexistují kapacitory fraktálního řádu, které by byly univerzální pro různé typy obvodů (tedy pro každý typ obvodu je jedinečná součástka), bylo přistoupeno k aproximaci pasivní součástky pomocí RC struktury typu Foster I. Pro tuto strukturu byl použit a upraven algoritmus převzatý od prof. Ushakova, který je založen na matematickém podkladu podle Oustaloupa [1]. Tato struktura 2 byla navržena pro 7 sekcí a 3 různé hodnoty alfa (0,3; 0,5; 0,7) se středovým kmitočtem  $f_0 = 10$  kHz. Hranice úhlové frekvence pro platnost aproximace zde byly zvoleny  $\omega_L = (2 \cdot \pi \cdot f_0)/100 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  pro dolní hranici mezního kmitočtu a  $\omega_H = (2 \cdot \pi \cdot f_0) \cdot 100 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  pro horní hranici mezního kmitočtu.



**Obrázek 2:** Schematická značka kapacitoru s fraktálním charakterem a následné zapojení žebříkové struktury typu Foster 1.

Výsledné ideální součástky pro hodnotu  $\alpha = 0,5$  žebříkové struktury typu Foster 1 jsou:

$R_1 = 3,386 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 1,879 \text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 4,27 \text{ k}\Omega$ ,  
 $R_4 = 8,563 \text{ k}\Omega$ ,  $R_5 = 16,772 \text{ k}\Omega$ ,  
 $R_6 = 33,068 \text{ k}\Omega$ ,  $R_7 = 68,857 \text{ k}\Omega$ ,  
 $R_8 = 201,836 \text{ k}\Omega$ ,  $C_1 = 227,248 \text{ pF}$ ,  
 $C_2 = 372,723 \text{ pF}$ ,  $C_3 = 692,785 \text{ pF}$ ,  
 $C_4 = 1,319 \text{ }\mu\text{F}$ ,  $C_5 = 2,493 \text{ }\mu\text{F}$ ,  $C_6 = 4,463 \text{ }\mu\text{F}$ ,  
 $C_7 = 5,675 \text{ }\mu\text{F}$ .

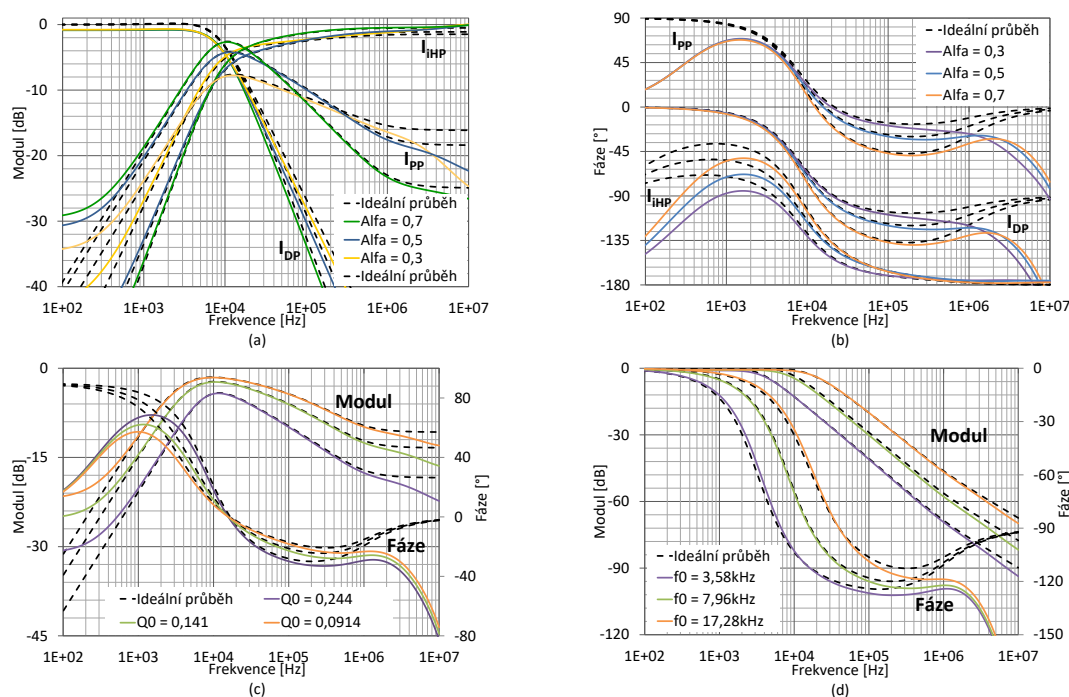
Pro přepočítání jednotlivých součástek obvodu pro neceločíselný řád, byla provedena substituce přenosové funkce 1 s normalizovanou obecnou funkcí 2. Z literatury [4] byla vybrána následující obecná přenosová funkce filtru. Funkce platí pouze pro typ dolní propust a je normalizována na kmitočtet  $\omega_0$ :

$$H_{1+\alpha}^{DP} = \frac{k_1 \omega_0^{1+\alpha}}{p^{1+\alpha} + p k_2 \omega_0^\alpha + k_3 \omega_0^{1+\alpha}}, \quad (2)$$

kde hodnoty  $k_1$ ,  $k_2$  a  $k_3$  jsou koeficienty pro získání Butterworthovy charakteristiky. Tyto koeficienty byly zvoleny z literatury [4].

### 3 SIMULACE

Simulace byly provedeny za pomoci dostupných simulačních modelů v programu PSpice pro tři různé hodnoty  $\alpha$ . V grafech jsou porovnány teoretické výsledky (čárkovaně) s výsledky simulací (plná čára). Z grafů je zřejmé, že se výsledky získané simulacemi obvodu s reálnými vlastnostmi simulačních modelů shodují s ideálními simulacemi. Jisté rozdíly, které jsou patrné z fázových charakteristik, jsou způsobeny neplatností použité aproximace v tomto kmitočtovém pásmu. Další rozdíly jsou způsobeny zaokrouhlováním hodnot pasivních prvků a nepřesností proudového zesílení prvku DACA.



**Obrázek 3:** Modulové (a), fázové (b) charakteristiky obvodu neceločíselného řádu jednotlivých filtračních funkcí obvodu, (c) změna činitele jakosti pomocí změny zesílení  $B$ , funkce typu PP, (d) změna pólového kmitočtu u funkce typu DP za pomoci změny hodnot transkonduktancí.

#### 4 ZÁVĚR

V tomto článku je uveden návrh filtrační struktury s přeladitelnými parametry, který ve své struktuře obsahuje kapacitor fraktálního řádu. Simulace proběhly pro tři filtrační struktury s neceločíselným řádem, kde byly ověřeny teoretické předpoklady. Výsledné neceločíselné řády se liší chybou oproti teoretickému předpokladu v rozsahu 10 – 16%. Ověření proběhlo i pro funkce obvodu, kde změna transkonduktancí  $g_{m1}$  a  $g_{m2}$  přímoúměrně ovlivňuje velikost pólového kmitočtu. Při změně zesílení  $B$  naopak nepřímouměrně ovlivňuje činitele jakosti. Z modulových charakteristik je patrný i útlum charakteristik. Pro zvýšení přesnosti a zvětšení kmitočtového rozsahu platnosti aproximace je nutno zvýšit počet sekcí u RC struktury.

#### REFERENCE

- [1] USHAKOV, Petr Arhipovich. *Metody analýzy a syntézy vícevrstevných nehomogenních RC elementů s distribuovanými parametry a zařízeními založenými na nich* [online]. 2009, ,379 [cit. 2018-02-24].
- [2] S. ELWAKIL, Ahmed. Fractional-order circuits and systems: An emerging interdisciplinary research area. *IEEE Circuits and Systems Magazine* [online]. 2010, 4(10), 40-50 [cit. 2018-02-24]. ISSN 1531-636X.
- [3] LANGHAMMER, L., J. DVOŘÁK, R. ŠOTNER a J. JEŘÁBEK. Electronically Tunable Fully-Differential Fractional-Order Low-Pass Filter. *Elektronika Ir Elektrotechnika* [online]. 2017, 23(3), 47-54 [cit. 2018-03-13]. ISSN 1392-1215.
- [4] KUBANEK, David a Todd FREEBORN. Fractional-order transfer functions to approximate low-pass magnitude responses with arbitrary quality factor. *Elsevier* [online]. 2017, (83), 570-578 [cit. 2018-02-24].